Nafouz

1) أ) بيّــن أن 193عدد أولي .

ب) حلّــل 206 إلى جداء عوامل أولية .

2) نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x وy حيث: $4x - 193y = 78$.

أ) جــد الثنائية الطبيعية$(a;b)$ التي تحقق : $\begin{matrix} PPCM(a;b) = 618 \\ PGCD(a;b) = 3 \end{matrix}$ و $4a - 193b = 78$

ب) استنتج حلول المعادلة (E).

3) M وN عددان طبيعيان يكتبان على الترتيب$\overline{\alpha 12\beta}$ و$\overline{5\beta 1\alpha}$ في نظام التعداد ذو الأساس7 و$M \equiv N[193]$

.حيث αو β رقمان طبيعيان كل منهما أصغر من 7.

أ) تحقّــق أن$44\alpha + 48\beta \equiv 78[193]$.

ب) بيّــن أن$11\alpha + 12\beta = 116$.

جـ) عيّــنα وβ ثم أكتبM وN في النظام العشري.

التمرين الثاني (04ن)

يمتلك لاعب نردين A وB متماثلان من حيث الشكل إلا أن النردA مغشوش و فيه كل وجهين متقابلين منه يحملان نفس الرقم i حيث $i \in \{1;2;3\}$ (كل رقم من الأرقام الثلاثة مسجل على وجهين متقابلين)، أما النرد B ليس مغشوشا وفيه ثلاثة أوجه تحمل الرقم 1و ثلاثة أوجه تحمل الرقم2 . يرمي اللاعب أحد النردين و نرمز بـ P_iلاحتمال ظهور الوجه الذي يحمل الرقم i في الحالتين (رمي النرد Aأو رمي النردB)

1) يرمي اللاعب النرد A ، أحسب p_1 ، p_2، p_3علما أنها تشكل ثلاث حدود متتابعة من متتالية حسابية أساسها$\frac{1}{4}$.

2) أحسب p_1 ، p_2. في حالة رمي النرد B

3) نرمي النردين في آن واحد ، و نعتبر المتغير العشوائي Xالذي يأخذ كقيم له مجموع رقمي الوجهين العلويين .

عرّف قانون احتمال المتغير العشوائي X وأحسب أمله الرياضياتي.

Nafouz

التمرين الثالث (04ن)

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $U_{n+1} = \frac{2U_n}{\sqrt{U_n+1}}$ و $U_0 = 2$

1) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $U_{n+1} = 2\sqrt{U_n + 1} - \frac{2}{\sqrt{U_n+1}}$

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 < U_n < 3$

جـ) بيّن أن المتتالية (U_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة .

2) أ) بيّـن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $9 - U_{n+1}^2 < 4(3 - U_n)$

ب) بيّـن أنه من أجل كل عدد طبيعي، $3 - U_{n+1} < \frac{4}{5}(3 - U_n)$

جـ) بيّـن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $3 - U_n < \left(\frac{4}{5}\right)^n$

د) استنتج نهاية (U_n).لمّـــــا $n \to \infty$

التمرين الرابع (07ن)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = 2x\sqrt{x} - 2 + lnx$

1) أدرس اتجاه تغير g على $]0;+\infty[$.

2) أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{lnx}{\sqrt{x}} + 1 - x$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستو المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1) بيّـن أن $\lim_{x\to+\infty} \frac{lnx}{\sqrt{x}} = 0$.

2) أحسب نهايات الدالة f عند 0 وعند $+\infty$.

3) أ) بيّـن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x + 1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$.

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ) .

4) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$: $f'(x) = -\frac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$

ت) شكّـــل جدول تغيرات الدالة f.

5) أنشئ المنحنى (C_f) .

6) أ) باستعمال التكامل بالتجزئة جد العدد الحقيقي: $\int_{e^{-2}}^{1} \frac{lnx}{\sqrt{x}}\,dx$

ب) أحسب مساحة للحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتيهما: $x = e^{-2}$ و x=1 .

III)) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = xe^{-\frac{x}{2}} - e^x + 1$

1) بيّن انه من أجل كل عدد حقيقي x: $h(x) = f(e^x)$

2) استنتج جدول تغيرات الدالة h .

Nafouz

عناصر الإجابة(الموضوع الأول)	العلامة	
	مجزأة	المجموع
<u>التمرين الأول:(5 نقاط)</u>		
1)أ) 193عددا أوليا لأن 193 لا يقبل القسمة على 2، 3، 5، 7 ، 11 ، 13.($\sqrt{193} \simeq 13.89$)	0.25	
ب) $206 = 2 \times 103$.	0.25	0.5
2)أ)		
$PGCD(a;b) = 3$ معناه $a = 3a'$ ، $b = 3b'$ و $PGCD(a';b') = 1$.	0.25	
$PPCM(a;b) = 618$: $3a' \times 3b' = 618 \times 3$	0.25	
و منه $a' \times b' = 206$		
إذن $(a';b') \in \{(1;206),(206;1),(2;103),(103;2)\}$	0.5	
بالتالي $(a;b) \in \{(3;618),(618;3),(6;309),(309;6)\}$	0.5	
و $4 \times 309 - 193 \times 6 = 78$	0.25	
إذن $(a;) = (309;6)$		
ب)حل المعادلة ( ) : $(x;y) = (193k + 309; 4k + 6)$ حيث $k \in \mathbb{Z}$	0.5	2.25
1) $M = \overline{\alpha 12\beta} = 343\alpha + \beta + 63$	0.25	
$N = \overline{5\beta 1\alpha} = \alpha + 49\beta + 1722$	0.25	
أ) $N - M \equiv 0[193]$	0.25	
ب) $44\alpha + 48\beta = 193l + 78$ حيث $l \in \mathbb{Z}$	0.25	
$11\alpha + 12\beta = 193k + 309$ مع $0 \leq 11\alpha + 12\beta \leq 138$	0.25	
إذن$11\alpha + 12\beta = 116$.		
جـ) $\alpha = 4$ و$\beta = 6$		
$M = 1441$ و $N = 2020$	0.25*4	2.25
<u>التمرين الثاني:(4 نقاط)</u>		

1) p_1 ، p_2، p_3 تشكل ثلاث حدود متتابعة من متتالية حسابية أساسها $\frac{1}{4}$ مع — 0.25*2

0.25*3

و منه

1.25

2) $p_2 = \quad p_1 = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ — 0.75 — 0.25*3

3) قيم X هي: $\{2; 3; 4; 5\}$ — 0.5

قانون الاحتمال لـ X

	2	3	4	5

1

2 — 0.5

التمرين الثالث:(4 نقاط)

1) أ) إثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي n

$$U_{n+1} = 2\sqrt{U_n + 1} - \frac{2}{\sqrt{U_n+1}},$$ — 0.25

ب) $1 < U_0 < 3$ — 0.25

نفرض أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 < U_n < 3$ نجد — 0.5

و منه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 < U_n < 3$

جـ) $_{n+1} - U_n = \frac{U_n(2-\sqrt{u_n+1})}{\sqrt{U_n+1}}$ حيث من أجل كل عدد طبيعي n : — 0.25

$1 < U_n < 3$ نجد أن المتتالية (U_n) متزايدة تماما — 0.5

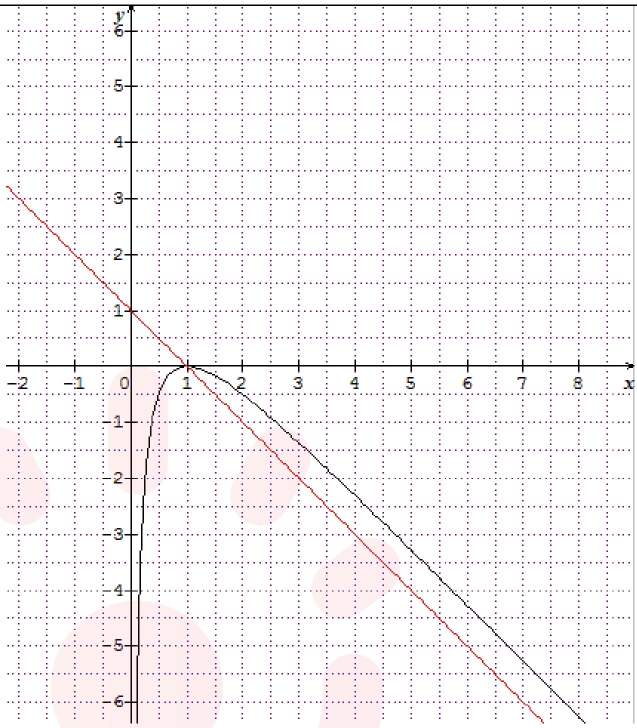
- المتتالية (U_n) متزايدة تماما و محدودة من الأعلى بـ 3 نستنتج أنها متقاربة . — 0.25 — 2

2) أ) إثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $9 - U_{n+1}^2 < 4(3 - U_n)$ — 0.75

ب) إثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي ، $3 - U_{n+1} < \frac{4}{5}(3 - U_n)$ — 0.75

لدينا من أجل كل عدد طبيعي n، $3 - U_{n+1} < \frac{4}{3+U_{n+1}}(3 - U_n)$

2	0.25 0.25	و $U_0 < U_1 < U_2 < \cdots < U_{n+1}$ إذن $2 < U_{n+1}$ فنجد أنه من أجل كل عدد طبيعي ، $3 - U_{n+1} < \frac{4}{5}(3 - U_n)$ جـ) إثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $3 - U_n < \left(\frac{4}{5}\right)^n$ د) من أجل كل عدد طبيعي n ،$3 - \left(\frac{4}{5}\right)^n < U_n < 3$ إذن $\lim_{n\to+\infty} U_n = 3$
		<u>التمرين الرابع:(7 نقاط)</u>
0.75 0. 0.5 0.5 0.75 1.5 0.75	0.25*3 0.25*2 0.5 0.25*2 0.25 0.5 1 0.5 0.25+0.5	I) نعتبر الدالة gالمعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = 2x\sqrt{x} - 2 + lnx$ 1) من أجل xمن $]0;+\infty[$: $g'(x) = 3\sqrt{x} + \frac{1}{x}$ و $g'(x) > 0$ إذن g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$. 2) $g(1)$=0 وبما أن g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ فإن : $g(x) < 0$ على المجال $]0;1[$ و $g(x) > 0$ على المجال $]1;+\infty[$. II) نعتبر الدالة fالمعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{lnx}{\sqrt{x}} + 1 - x$ 1) بوضع $t = \sqrt{x}$ لما $x \to +\infty$: $t \to +\infty$ $\lim_{x\to+\infty} \frac{lnx}{\sqrt{x}} = \lim_{t\to+\infty} \frac{ln t^2}{t} = \lim_{t\to+\infty} \frac{2lnt}{t} = 0$ 2) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x\to0} f(x) = -\infty$ 3) أ) $\lim_{x\to+\infty}[f(x) - (-x+1)] = 0$ إذن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x + 1$ مقارب مائل لـ (C_f)بجوار$+\infty$. ب) (C_f) يقع أسفل (Δ) على المجال $]0;1[$و (C_f) يقع أعلى (Δ) على المجال $]1;+\infty[$ 4) أ) بين انه من أجل كل عدد حقيقي x من$]0;+\infty[$: $f'(x) = -\frac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$ ب) إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ − جدول تغيرات الدالة f.

1	0.75 0.25	 (5
0.25	0.25	
0.5	0.5	6) أ) باستعمال التكامل بالتجزئة $= \int_{e^{-2}}^{1}\frac{lnx}{\sqrt{x}}\,dx = [2\sqrt{x}lnx]_{e^{-2}}^{1} - \int_{e^{-2}}^{1}\frac{2\sqrt{x}}{x}\,dx$ $[2\sqrt{x}lnx - 4\sqrt{x}]_{e^{-2}}^{1} = 8e^{-1} - 4$ ب) مساحة للحيز المحدد بالمنحنى (C_f)و (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x = e^{-2}$ و x=1 هي: $\int_{e^{-2}}^{1}[(-x+1) - f(x)]\,dx = \int_{e^{-2}}^{1} -\frac{lnx}{\sqrt{x}}\,dx = (-8e^{-1}+4)u.a$ III)) نعتبر الدالة hالمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = xe^{-\frac{x}{2}} - e^{x} + 1$ 1) إثبات انه من أجل كل عدد حقيقي x: $h(x) = f(e^{x})$ 2) استنتاج جدول تغيرات الدالة h من أجل كل عدد حقيقي x: $h'(x) = e^{x}f'(e^{x})$. h متناقصة تماما على المجال$]-\infty;0]$ و متزايدة تماما على المجال$[0;+\infty[$. $\lim_{x\to+\infty} h(x) = -\infty$ و $\lim_{x\to 0} h(x) = -\infty$